OVERSIGT OVER DET KGL. DANSKE VIDENSKABERNES SELSKABS
FORHANDLINGER. 1912. N° 2.

LUFTMODSTAND MOD SMAA KUGLERS BEVÆGELSE.

AF

MARTIN KNUDSEN OG SOPHUS WEBER.

FORELAGT PAA MØDET D. 9. FEBR. 1912.

I. Indledning.

For den Modstand K, som virker paa en Kugle med Radius R, der bevæger sig med konstant Hastighed v i en udstrakt Luftmasse, har E. Cunningham[1] opstillet følgende Formel

$$K = 6\pi\eta Rv\left(1+\frac{1{,}63}{2-f}\frac{\lambda}{R}\right)^{-1} \quad \text{(c.g.s.)}$$

hvor η betyder Luftens indre Gnidningskoefficient, λ Middelvejlængden og f en Konstant, hvis Størrelse maa ligge mellem 0 og 1. Denne Formel og en noget lignende, som opstilledes af L. W. Mc. Keehan[2], er i den sidste Tid bleven benyttet ved Bestemmelse af det elektriske Elementarkvantum og har derfor faaet en ganske særlig Interesse. Er λ forsvindende i Sammenligning med R, gaar Formlen over til den bekendte Stokes Formel, hvis Rigtighed er godtgjort ved talrige Eksperimenter. Faktoren $\left(1+\frac{1{,}63}{2-f}\frac{\lambda}{R}\right)^{-1}$ er saavidt os bekendt ikke blevet eksperimentelt prøvet for de Tilfælde, hvor den faar særlig Betydning, og da de Forudsætninger om Vekselvirkningen mellem Luftmolekuler og faste Legemer, som Cunningham benytter ved sin Beregning næppe er rigtige, naar Kuglens Diameter er lille i Sammenligning med Middelvej-

[1] E. Cunningham: Proc. Roy. Soc., Ser. A, Vol. 83, p. 357, 1910.
[2] L. W. Mc. Keehan: Phys. Review, Vol. 32, p. 341, 1911.

længden[1], har vi anset det for ønskeligt at foretage en Række eksperimentelle Bestemmelser af Kraften K, idet Forholdet $\frac{\lambda}{R}$ varieredes indenfor meget vide Grænser.

Arbejdet udførtes med Understøttelse fra Carlsbergfondet.

II. Undersøgelsesresultat.

Resultatet af Undersøgelsen kan sammenfattes i følgende Udtryk for K

$$K = 6\pi\eta Rv\left(1 + 0{,}683\frac{\lambda}{R} + 0{,}354\frac{\lambda}{R}e^{-1{,}845\frac{R}{\lambda}}\right)^{-1}$$

I dette empiriske Udtryk er λ en Længde, som man kan kalde Middelvejlængden, men som i Virkeligheden er indført som en forkortet Betegnelse, idet $p.\lambda = \frac{\sqrt{\frac{\pi}{8}}}{0{,}30967} \cdot \frac{\eta}{\sqrt{\rho_1}}$, hvor p er Luftartens Tryk, η Gnidningskoefficienten og ρ_1, Vægtfylden ved Trykket 1 Dyn/cm^2. Samtlige Størrelser angives i absolute Enheder og gælder for Luftens og Kuglens fælles Temperatur. Som man ser, adskiller dette Udtryk sig fra CUNNINGHAMS dels ved en forandret Værdi af Konstanten og dels ved Tilføjelsen af et eksponentielt Led, der dog kun faar synderlig Betydning, naar λ er større end R. Er R derimod forsvindende i Sammenligning med λ, vilde Bortkastelsen af det eksponentielle Led bevirke en Fejl paa ca. 30 % af den hele Luftmodstand.

III. Beskrivelse af Apparatet og Maalingerne.

Maalingerne udførtes med Benyttelse af Snovægten paa den Maade, at en tynd vandret Platinstang bragtes til at svinge, og Dæmpningen maaltes ved en Række forskellige Lufttryk En tilsvarende Række Maalinger foretoges dernæst efter at Glaskugler var anbragt paa Platinstangens Ender, hvorefter den søgte Luftmodstand kunde beregnes.

[1] M. Knudsen, Overs. over Vid. Selsk. Forhandl., 2, p. 143, 1911.

Angaaende de nærmere Enkeltheder kan anføres, at det svingende System bestod af den omtalte 16 cm. lange Platinstang *AB*, Fig. 1. Til Stangens Ender var loddet de to tynde lodrette Metalrør *A* og *B*, hvis Længde var 9 mm. *C* er Aflæsningsspejlet og *D* en 2 mm. lang og 0,15 mm. tyk Jerntraad, der benyttedes til at bringe Systemet i Svingninger ved Hjælp af en Stangmagnet. De med hinanden fast forbundne Dele af det svingende System vejede ca. 4 Gram og ophængtes i et 20 cm. langt Broncebaand.

Der anvendtes Hulkugler af Glas, som blæstes af et Rørstykke paa sædvanlig Maade. Hvor Kuglen havde haft Forbindelse med Glasrøret, fandtes en Glasknast, der fjernedes ved Slibning, og et Hul, i hvilket en 0,3 mm. tyk Platintraad indsmeltedes i Glasset, saa en Længde paa 9 mm. ragede ud af Kuglen. Denne Platinstilk passede netop i Rørene *A* og *B*, Fig. 1, saa at Kuglerne kunde fæstes paa det svingende System. Med blotte Øje kunde man ikke paa Glaslegemerne se nogen Afvigelse fra Kugleformen. Efter at Dæmpningsmaalingerne med Kuglerne var udført, maaltes Afstanden mellem deres Centra. Heraf og af Kuglernes Dimensioner og Vægt fandtes ved Svingningstidsbestemmelse Inertimomentet af det svingende System med og uden Kugler. Ved denne og følgende Beregninger, ved hvilke Broncebaandets Direktionskraft indgaar, toges Hensyn til, at Direktionskraften voksede lidt med Belastningen, nemlig ca. 3 pro mille af sin Værdi for den Belastningsforøgelse, som Kuglernes Paasætning foraarsagede.

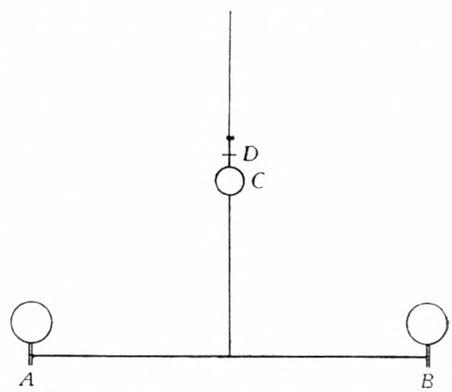

Fig. 1

Svingningerne foregik i en cylindrisk Broncebeholder, der var 22 cm. i Diameter og 8 cm. høj. Beholderen lukkedes med et Broncelaag, i hvis Midte et Metalrør var fastloddet. Dette Rør var lige over Laaget forsynet med et Glasvindue for at muliggøre Bestemmelser af Udslag og Svingningstider ved Spejlaflæsning med Kikkert. I Rørets øverste Ende var Broncebaandet fastloddet til en Metalstang. Laaget fæstedes lufttæt til Broncebeholderen ved Kitning med Picein. I Broncebeholderens Side loddedes et Metalrør med Schliff, hvorved Beholderen ved sammenblæst Glasrør forbandtes med en Gaedepumpe, et absolut Manometer, det tidligere beskrevne Pipettesystem[1] samt med et lukket nedadbøjet Siderør, der under Svingningsforsøgene holdtes afkølet i flydende Luft. Broncebeholderen var ved en diametralt anbragt Metalplade delt i to Halvdele, og en Nedskæring i denne Plade gav Plads for det svingende System, hvis vandrette Arm var nogenlunde vinkelret paa Skillefladen. Hensigten med denne Plade var at hindre Luften i Beholderen i at rotere med det svingende System, og nogle Forsøg viste, at dens Nærværelse var ganske nødvendig. Forsøgene udførtes nu paa den Maade, at det svingende System med Kuglerne anbragtes i Beholderen, der udpumpedes saa godt det lod sig gøre. I Løbet af 3 à 4 Dage udpumpedes af og til, hvorefter Luftafgivelsen fra Broncebeholderen var blevet saa langsom, at man med fuldkommen Sikkerhed kunde korrigere derfor. Systemet sattes i Svingning om Aftenen, saaledes at Udsvingene var ca. $\pm$ 15 Buegrader. Næste Morgen var Udsvingene reducerede til ca. Halvdelen deraf, og med Benyttelse af et Pendulur, der sammenlignedes med Astronomisk Observatoriums Ur, opnaaedes herved en meget nøjagtig Bestemmelse af Svingningstiden. Den i Nattens Løb afgivne Luftmængde udpumpedes, Udsvingene forøgedes, og en Bestemmelse af Dæmpningsdekrementet foretoges. Efter ca. $^1/_2$ Times Forløb toges en ny Dæmpnings-

[1] M. Knudsen, Overs. over Vid. Selsk. Forhandl., 3, p. 284, 1910.

bestemmelse, og af den fundne Tilvækst i Dæmpningen beregnedes Trykstigningen pr. Minut at være ca. $0{,}2 \cdot 10^{-3}$ Dyn/cm². De ved Pipettesystemet bestemte Tryk korrigeredes i hvert enkelt Tilfælde i Overensstemmelse hermed. Korrektionerne viste sig forøvrigt at være uden synderlig Betydning.

Bestemmelsen af Dekrementet foretoges paa den Maade, at 8 paa hinanden følgende Yderstillinger aflæstes, og efter at ialt 30 Svingninger var udført, aflæstes atter 8 paa hinanden følgende Yderstillinger. Aflæsningerne reduceredes til Buemaal, og man fik saaledes 4 af hinanden uafhængige Par Udsving med 30 Svingninger mellem hvert af de to Udsving, der hører til et Par. Med større Dæmpning, d. v. s. ved højere Tryk, forløb et mindre Antal Svingninger mellem hvert Par; det mindste Antal var 6.

Som typiske Eksempler paa Maalingerne og deres Nøjagtighed kan anføres, at ved et Tryk af 5,25 Dyn/cm² fandtes følgende af hinanden uafhængige Bestemmelser af det logaritmiske Dekrement. De opførte Tal er dog kun proportionale med denne Størrelse:

136,17 136,20 136,13 136,13 Middelværdi 136,16

Svingningstid $\frac{\tau}{2} = 42{,}18$ Sec.

Ved ca. 40000 Gange saa stort Tryk fandtes følgende Række:

1232,0 1232,3 1231,3 Middelværdi 1231,9

Svingningstid $\frac{\tau}{2} = 42{,}30$ Sec.

Ved Hjælp af Pipettesystemet bragtes kendte Luftmængder ind i Apparatet, og en Dæmpningsbestemmelse udførtes ved hvert nyt Tryk. Til hver Dæmpningsbestemmelse toges en Maaling af Broncebeholderens Temperatur og af Svingningstiden. Efter at Maalingen ved Atmosfæretryk var taget, fjernedes Kuglerne, og en ny Række Dæmpningsbestemmelser foretoges ved de samme Tryk og saavidt muligt de samme Temperaturer som ved Rækken med Kugler. Temperaturforskellen mellem Maalingerne ved samme Tryk var oftest ikke mere end 0,1° og beløb sig højest til 0,3°.

Kaldes Afstanden mellem Kuglernes Centra d, og er det af Dæmpningsbestemmelsen fundne logaritmiske Dekrement γ_1 med Kugler og γ_2 uden Kugler, vil den Kraft K_1, hvormed Luftmodstanden virker paa hver af Kuglerne, naar de bevæger sig med den konstante Hastighed 1 cm/sec., være bestemt ved

$$K_1 = \frac{2}{d^2}\left(\frac{I_1\gamma_1}{\frac{\tau_1}{2}} - \frac{I_2\gamma_2}{\frac{\tau_2}{2}}\right) \tag{1}$$

hvoraf K_1 beregnes med Anvendelse af følgende Instrumentkonstanter:

Afstand mellem Kuglernes Centra d	16,04
Snovægtens Svingningstid $\frac{\tau_1}{2}$ med Kugler	42,232
„ „ $\frac{\tau_2}{2}$ uden „	35,826
„ Inertimoment I_1 med „	68,612
„ „ I_2 uden „	49,228
Vægten af Kugle A med Platintraad	0,1502
„ „ B „ „	0,1506
Diameter af Kugle A	$0{,}772 \pm 0{,}005$
„ „ B	$0{,}784 \pm 0{,}005$

Ved høje Tryk fandtes $\frac{I_1\gamma_1}{\frac{\tau_1}{2}}$ ca. 1,6 Gange saa stor som $\frac{I_2\gamma_2}{\frac{\tau_2}{2}}$, medens Forholdet mellem de samme Størrelser ved lave Tryk var ca. 2,4. Deres Differens, hvormed K_1 er proportional, kunde derfor bestemmes ret nøjagtigt.

Temperaturen t varierede fra 17,7° til 20,5°, hvorfor de fundne Værdier for K_1 reduceredes til samme Temperatur 20,2° ved Multiplikation med Faktoren $1 + 0{,}00276\,(20{,}2 - t)$. Størrelsen 0,00276 er Temperaturkoefficienten for den indre Gnidning, saa Reduktionen er fuldt berettiget ved høje Tryk, hvor K_1 er proportional med Gnidningskoefficienten. Ved lave Tryk er Temperaturkoefficienten sikkert urigtig, men da Reduktionen er saa ringe, er den benyttet ved alle Tryk. Ved den Maalingsrække, som foretoges ved meget lave Tryk (12 Maalinger fra Vakuum til 11,19 Dyn/cm² Tryk) holdtes Temperaturen stadig paa 20,2°.

I følgende Tabel er opført Forsøgstemperaturen $t°$ og de ved Pipettesystemet bestemte Tryk p. Begyndelsestrykket er sat til 0,14 Dyn/cm². Denne Værdi for Trykket er bestemt ved Ekstrapolation i Tabellerne for Dekrementets Afhængighed af Trykket, idet Hensyn toges til den Dæmpning, som hidrører fra Baandet. Ganske vist gav det absolute Manometer 0,08 Dyn/cm² for dette Tryk, men da det absolute Manometer stod meget nærmere ved Røret, som var nedsat i flydende Luft, skyldes Afvigelsen rimeligvis, at der ikke var Ligevægt mellem de forskellige Dampes Tryk i Beholderen og Manometret.

Under $K_{1\,\text{iagt.}}$ er i Tabellen opført de Værdier for K_1, som fandtes efter den omtalte Temperaturreduktion for de høje Tryks Vedkommende, og de direkte iagttagne Værdier for Rækken med de lave Tryk.

Luftmodstand K_1 mod hver af de benyttede Kugler, naar de bevæger sig med Hastigheden 1 cm/sec. i Luft, hvis Tryk er p Dyn/cm², og hvis Temperatur er 20,2°.

Smaa Tryk

p Dyn/cm²	$K_{1\,\text{iagt.}} \cdot 10^3$	$K_{1\,\text{ber.}} \cdot 10^3$	$(K_{1\,\text{iagt.}} - K_{1\,\text{ber.}}) \cdot 10^3$
0,14	0,0064	0,0066	— 0,0002
1,19	0,0564	0,0549	0,0015
2,21	0,1013	0,1006	0,0007
3,23	0,1458	0,1444	0,0014
4,24	0,1876	0,1863	0,0013
5,25	0,2279	0,2266	0,0013
6,25	0,2679	0,2646	0,0033
7,25	0,3024	0,3010	0,0014
8,24	0,3356	0,3354	0,0002
9,23	0,3684	0,3681	0,0003
10,21	0,3975	0,3990	— 0,0015
11,19	0,4283	0,4284	— 0,0001

Store Tryk

$t°$	p Dyn/cm²	$K_{1\,\text{iagt.}} \cdot 10^3$	$K_{1\,\text{ber.}} \cdot 10^3$	$(K_{1\,\text{iagt.}} - K_{1\,\text{ber.}}) \cdot 10^3$
17,8	0,14	0,0064	0,0066	— 0,0002
17,7	5,25	0,2316	0,2266	0,0050
17,8	10,33	0,4049	0,4027	0,0022
18,0	15,40	0,5390	0,5390	0,0000
18,1	20,44	0,6415	0,6448	— 0,0033
18,3	25,44	0,7232	0,7230	0,0002
18,4	30,43	0,7844	0,7856	— 0,0012
19,3	35,42	0,8416	0,8356	— 0,0060
19,4	40,35	0,8765	0,8756	0,0009
19,5	45,26	0,9080	0,9086	— 0,0006
19,5	50,15	0,940	0,9361	0,0039
19,7	100,5	1,085	1,084	0,001
19,8	150,7	1,141	1,140	0,001
19,8	200,6	1,170	1,171	— 0,001
19,8	250,1	1,190	1,191	— 0,001
19,8	503,2	1,232	1,232	0,000
19,8	755,2	1,245	1,247	— 0,002
19,7	1005,8	1,254	1,253	0,001
18,9	1995,3	1,263	1,265	— 0,002
19,0	3959,7	1,271	1,270	0,001
19,1	5902,4	1,275	1,272	0,003
19,3	13190	1,277	1,275	0,002
19,4	53920	1,280	1,276	0,004
19,5	106250	1,275	1,276	0,001
20,0	212800	1,269	1,276	— 0,007
20,1	399600	1,277	1,276	0,001
20,2	500600	1,278	1,276	0,002
20,4	656100	1,291	1,276	0,015
20,5	866100	1,325	1,276	0,049
20,5	1011900	1,333	1,276	0,057

Hver af de i Tabellerne opførte Værdier for $K_{1\,\text{iagt.}}$ er baseret paa 24 à 32 Svingningsaflæsninger foruden Tidsbestemmelserne og Instrumentkonstanterne. Iagttagelsesmaterialet er derfor saa betydeligt, at det vilde være urimeligt at aftrykke det in extenso. Forøvrigt er det saa ensartet, at det kan karakteriseres ved nogle faa Bemærkninger. Det viste sig saaledes, at ved Tryk mindre end $\frac{2}{3}$ Atmosfære gav Dæmpningen baade med og uden Kugler meget ensartede Resultater, og for hvert enkelt Tryk kunde man ikke spore den mindste Forandring i Dæmpningen med aftagende Udslag. Heraf følger, at Dæmpningen tør sættes proportional med Bevægelseshastigheden v, hvilket er en nødvendig Betingelse for Anvendelsen af Formel (1) til Beregning af Luftmodstanden.

Dæmpningsbestemmelserne ved Atmosfæretryk gav ved Gentagelser ret uoverensstemmende Resultater, hvorfor man ikke kan tillægge dem synderlig Betydning. Af Tabellen ser man da ogsaa, at medens $K_{1\,\text{iagt.}}$ holder sig konstant fra Trykket ca. 6000 Dyn/cm² til ca. 500000 Dyn/cm², tiltager $K_{1\,\text{iagt.}}$ med yderligere voksende Tryk. De tre Bestemmelser ved de højeste Tryk er derfor ikke benyttet til de Beregninger, som skal omtales i det følgende. Ved Atmosfæretryk er forøvrigt ogsaa Størrelsen $\frac{vR\rho}{\eta}$ lig med 0,3, naar man for v indsætter Kuglens Maksimumshastighed, for R Kuglens Radius og for ρ og η Luftens Vægtfylde og indre Gnidning. Størrelsen er altsaa saa stor, at man ikke kan vente, at STOKES Lov gælder. Man kan snarere undres over, at Afvigelsen fra STOKES Lov er umærkelig ved $\frac{1}{2}$ Atmosfæres Tryk, hvor man endnu har $\frac{vR\rho}{\eta} = 0{,}15$.

Som nævnt ser man af Tabellen, at K_1 holder sig konstant fra Trykket 5902,4 Dyn/cm² til Trykket 500600 Dyn/cm². Middelværdien af de 7 Bestemmelser af K_1, der ligger indenfor dette betydelige Trykomraade, er $K_1 = 1{,}276 \cdot 10^{-3}$. Sættes denne Størrelse lig med $6\pi\eta R$, finder man $\eta = 1740 \cdot 10^{-7}$, hvilken Værdi er ca. 3% mindre end den almindeligt antagne. Denne Forskel forklares ved, at Systemet Kugle og Befæstelsesrør maa have en mindre Modstand, end hvis de var skilt fra hinanden under Svingningerne. Derfor er det naturligt at lade Størrelsen $1740 \cdot 10^{-7}$ repræsentere Gnidningskoefficienten η. Ved ganske smaa Tryk kan man forøvrigt vente, at Berøringen mellem Kugle og Befæstelsesrør ikke foraarsager nogen kendelig Fejl.

Det blev nu forsøgt, om de iagttagne Værdier for K_1 kunde fremstilles ved Formlen

$$K_1 = b\left(1 + \frac{c}{p}\right)^{-1}$$

hvilket skulde være Tilfældet, hvis CUNNINGHAMS Beregninger hviler paa et rigtigt Grundlag. Det viste sig, at for samtlige Tryk større end 45 Dyn/cm² gjorde Formlen tilstrækkelig Fyldest, men ganske vist med en anden Værdi for c end den af CUNNINGHAM angivne. For lavere Tryk end 45 Dyn/cm² var Formlen derimod ganske utilstrækkelig, idet den ved smaa Tryk gav Værdier for K, som var ca. 30% for store.

Det viste sig, at Formlen

$$K_{1\,\text{ber.}} = 1{,}276 \cdot 10^{-3} \left(1 + \frac{17{,}91 + 9{,}274\, e^{-0{,}07034\, p}}{p}\right)^{-1} \qquad (2)$$

hvis Konstanter beregnedes af Iagttagelsesrækken, som indeholder de store Tryk, ganske godt kunde gengive samtlige Iagttagelser. I Tabellen er under $K_{1\,\text{ber.}} \cdot 10^3$ opførte de Værdier, som er beregnede af denne Formel. Af Differenserne mellem de iagttagne og de beregnede Værdier, som er opført i Tabellens sidste Kolonne, fremgaar det, at Formlen er brugbar. Især fremgaar dette af Tallene i Rækken med smaa Tryk, thi denne Række er fuldstændig uafhængig af den anden, og de iagttagne Værdier, som er opført i den, har ikke været anvendt til Bestemmelse af Formlens Konstanter. Nogen systematisk Gang findes der ganske vist i Differenserne i sidste Kolonne, men Afvigelserne beløber sig højst til 1% af Værdierne, hvorfor der neppe er Anledning til at forbedre Formlen yderligere.

En Grund til, at den beregnede Værdi for K_1 afviger fra den iagttagne ved smaa Tryk, kan søges i Temperaturkorrektionen; thi medens det ved store Tryk er rigtigt at henføre Kraften til en anden Temperatur end den under Forsøget iagttagne ved Hjælp af Temperaturkoefficienten for den indre Gnidning, saa fremgaar det af Teorien, at Kraften er omvendt proportional med $\sqrt{T}$ (T = den absolute Temperatur), naar Kuglens Radius er lille i Forhold til Middelvejlængden. Hvis denne Temperaturafhængighed endnu antages at gælde ved

5,25 Dyn/cm², findes $(K_{1\,\text{iagt.}} - K_{1\,\text{ber.}}) \cdot 10^3 = 0{,}0034$ i Stedet for som anført i Tabellen 0,0050.

Af Forsøgsrækken ved smaa Tryk finder man ved Extrapolation

$$\left(\frac{d\,K_1}{d\,p}\right)_{p=o} = (0{,}0479 \pm 0{,}0003) \cdot 10^{-3}.$$

For denne Størrelse kan man ved Hjælp af den kinetiske Teori finde et Udtryk ved en lignende Regning som den af Cunningham udførte. Forudsætter man, at Luftmolekulerne tilbagekastes diffust ved Stød mod Kuglernes Glasoverflade, samt at Tilbagekastningshastigheden bestemmes ved Indfaldshastigheden og Akkommodationskoefficienten a,[1] og at Kuglens Hastighed er forsvindende i Sammenligning med Luftmolekulernes, gav en foreløbig Regning

$$\left(\frac{d\,K_1}{d\,p}\right)_{p=o} = \frac{52-4a}{27} \sqrt{8\pi}\, R^2 \sqrt{\rho_0} \sqrt{\frac{273}{T}}. \qquad (3)$$

Indsættes heri den observerede Værdi for Kuglens Radius R og den kendte Værdi for atmosfærisk Lufts Vægtfylde ρ_0 ved Trykket 1 Dyn/cm² og Temperaturen 0° Celsius, samt Luftens iagttagne absolute Temperatur T, og sættes endelig Udtrykket lig med den foran ved Forsøgene bestemte Talværdi $(0{,}0479 \pm 0{,}0003) \cdot 10^{-3}$, finder man $a = 0{,}68 \pm 0{,}07$, hvilket omtrent er samme Værdi som tidligere er fundet for Akkommodationskoefficienten Ilt — Glas ved Forsøg over den molekulære Varmeledning.

Man kan saaledes vente, at Konstanterne i Korrektionsleddet til Stokes Formel i nogen Grad afhænger af Akkommodationskoefficienten. Denne Størrelse kan man imidlertid, saalænge man har med blanke Metalkugler og sandsynligvis ogsaa Vædskekugler at gøre, der bevæger sig i atmosfærisk Luft, Ilt eller Kvælstof, sætte konstant og lig med den anførte Værdi, saa at Konstanterne i Formel (2) uden videre kan an-

[1] M. Knudsen, Overs. over Vid. Selsk. Forhandl., 2. p. 139, 1911.

vendes paa de Forsøg, som er udført til Bestemmelse af det elektriske Elementarkvantums Størrelse.

For af Formel (2) at udlede den almindelige Sammenhæng mellem K_1 og den anvendte Kugles Radius og Luftartens Egenskaber, erstattes Faktoren $1{,}276 \cdot 10^{-3}$ med $6\pi\eta R$, saaledes som vi har set, at man kan gøre. Indføres Betegnelserne k_1, k_2, k_3 i Stedet for de øvrige Talfaktorer i Ligning (2), bliver denne

$$K_1 = 6\pi\eta R\left(1 + \frac{k_1 + k_2\, e^{-k_3 p}}{p}\right)^{-1},$$

hvoraf
$$\left(\frac{dK_1}{dp}\right)_{p=o} = \frac{6\pi\eta R}{k_1 + k_2}.$$

Erstattes i Ligning (3) $\sqrt{\rho_0}\sqrt{\frac{273}{T}}$ med $\sqrt{\rho_1}$, hvor ρ_1 betegner Luftens Vægtfylde ved Trykket 1 Dyn/cm² og Temperatur en T, ser man, at

$$\frac{6\pi\eta R}{k_1 + k_2} = \frac{52 - 4a}{27}\sqrt{8\pi}\; R^2 \sqrt{\rho_1}$$

eller
$$k_1 + k_2 = c\,\frac{\eta}{R\sqrt{\rho_1}}$$

hvor c betyder et rent Tal. Idet vi gaar ud fra, at Udtrykket for K_1 beholder sin Form, selvom R faar andre Værdier end i Forsøget, ser man af Udtrykket for $\frac{dK_1}{dp}$, at $k_2 k_3$ ogsaa er et rent Tal, hvorefter alle Koefficienternes Afhængighed af R, η og ρ_1 er entydig bestemt. Gaar vi ud fra, at k_1, k_2 og k_3 kun kan afhænge af R, η og ρ_1, fremgaar det samme Resultat af en Dimensionsbetragtning. Sætter vi nu i Overensstemmelse med de udførte Maalinger $\eta = 1740 \cdot 10^{-7}$, $R = 0{,}389$ og $\rho_1 = 1192{,}0 \cdot 10^{-12}$, kan Formel (2) skrives

$$K_1 = 6\pi\eta R\left(1 + 1{,}382\,\frac{\eta}{Rp\sqrt{\rho_1}} + 0{,}7158\,\frac{\eta}{Rp\sqrt{\rho_1}}\, e^{-0{,}9114\frac{Rp\sqrt{\rho_1}}{\eta}}\right)^{-1}$$

Formlen er herved udvidet til at gælde for enhver Størrelse af Kuglen (dog ikke mindre eller af samme Størrelsesorden som selve Luftmolekulerne) samt for enhver Luftart ved ethvert Tryk, forudsat dog, at Akkommodationskoefficienten er nær ved den for Luft — Glas gældende. For at simplificere Formlen indføres en Længde λ defineret ved $\lambda = \frac{\sqrt{\frac{\pi}{8}}}{0,30967} \frac{\eta}{p\sqrt{\rho_1}}$ og erindres at $K = K_1 v$, faar man

$$K = 6\pi\eta R v \left(1 + 0{,}683\,\frac{\lambda}{R} + 0{,}354\,\frac{\lambda}{R}\,e^{-1{,}845\frac{R}{\lambda}}\right)^{-1}$$

hvor λ er identisk med den af O. E. Meyer angivne Værdi for Luftmolekulernes Middelvejlængde.